

**„DAS KLEINE EINMALEINS“ DER MENDELSCHEN REGELN.
ZUR ANWENDUNG MATHEMATISCHER INHALTE
IM BIOLOGIEUNTERRICHT**

**Mendel's rules and other basics: On the application of mathematical
knowledge in biology classes**

KARL PORGES

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Biowissenschaften, Institut für Zoologie
und Evolutionsforschung, Arbeitsgruppe Biologiedidaktik, Am Steiger 3, Bienenhaus, 07743 Jena,
karl.porges@uni-jena.de

THERESA FISCHER

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Biowissenschaften, Institut für Zoologie
und Evolutionsforschung, Arbeitsgruppe Biologiedidaktik, Am Steiger 3, Bienenhaus, 07743 Jena

GEORGY S. LEVIT

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Biowissenschaften, Institut für Zoologie
und Evolutionsforschung, Arbeitsgruppe Biologiedidaktik, Am Steiger 3, Bienenhaus, 07743 Jena,
georg.levit@uni-jena.de

UWE HOßFELD

Friedrich-Schiller-Universität Jena, Fakultät für Biowissenschaften, Institut für Zoologie
und Evolutionsforschung, Arbeitsgruppe Biologiedidaktik, Am Steiger 3, Bienenhaus, 07743 Jena,
uwe.hossfeld@uni-jena.de

“The gulf between biology and mathematics is narrowing as each tackles the language, concepts and methods of each other.”

Avner Friedmann, 2010, Gründer des Mathematical Biosciences Institute (zit. nach Caspar und Hungerbühler 2022, S. 4).

ABSTRACT - The deployment of mathematical methods in contemporary natural science is an inseparable part of its research tools. At the same time school teachers still underestimate the great potential of mathematical methods in biology teaching. The following article demonstrates that biology and mathematics as subjects in secondary education have numerous interconnections, which can be used to enrich biology classes through interdisciplinary forms of teaching. Furthermore, mathematical skills are an essential part of the curriculum, and biology classes can be used to promote these skills by demonstrating their applicability to biological issues and making references to everyday life. In our contribution, methodological aspects of applying mathematical methods in biology classes will be discussed. We also offer drafts of lesson plans examples of how to incorporate mathematical content into biology classes. We claim that more a intensive application of mathematical methods in biology classes of the secondary levels I and II will not only lead to a more profound understanding of biological data but will also contribute to the further development of basic mathematical skills and promote interdisciplinary competencies among students.

1. EINLEITUNG

„Das kleine Einmaleins“ verbinden Schüler*innen und Lehrende in aller Regel mit dem Fach Mathematik. Es wird in der Grundschule vermittelt und gilt als Basiswissen für sämtliche weiterführende Rechenaufgaben (FINGERHUT und KRÖPER 2013). Mit dem Unterrichtsfach Biologie wird es jedoch – zumindest im ersten Moment – häufig nicht in Verbindung gebracht. Dabei tragen gerade interdisziplinäre Arbeits- und Denkweisen zur Ganzheitlichkeit des Unterrichts bei und ermöglichen es, die komplexen Probleme der Wirklichkeit zu behandeln. Diese Vorteile sind schon lange bekannt (SCHNACK 2011) und so lassen sich auch und gerade in der Biologie vielfältige Bezüge zu anderen Fächern wie Chemie, Ethik, Geografie, Sport und ebenso zum Fach Mathematik finden. Sachverhalte wie die Verbreitung von Pan- bzw. Epidemien sowie evolutionäre, ethologische oder auch ökologische Fragestellungen sind mathematisch modellierbar, die Bioinformatik bzw. Biomathematik etablierte Studiengänge.

Auch die Kultusministerkonferenz (KMK) formuliert in den Bildungsstandards für das Fach Biologie: „*Naturwissenschaftliche Kompetenz bedeutet Vertiefung, Erweiterung und Vernetzung der vorhandenen Kompetenzen der Lernenden und eine Metaperspektive auf die Denk- und Arbeitsweisen der Naturwissenschaften (...) Dazu zählen:*

- *Hypothesen zu bilden, diese zum Beispiel durch systematisches Beobachten, Experimente, Modelle, Simulationen bzw. theoretische Überlegungen zu prüfen und Schlussfolgerungen auch unter Verwendung von mathematischen Mitteln zu ziehen;*
- *naturwissenschaftliche Sachverhalte fachsprachlich auch unter Verwendung von Mathematisierungen und fachtypischen Repräsentationsformen darzustellen, zu präsentieren, zu diskutieren, zu bewerten sowie naturwissenschaftlich zu argumentieren und damit am gesellschaftlichen Diskurs teilhaben zu können (...)*“ (KMK 2020, S. 9).

Ein Klassiker mit Potenzial für das Erwerben naturwissenschaftlicher Kompetenzen sind hierbei die Forschungen von Gregor Johann Mendel (1822–1884; MENDEL 1866), die als Mendelsche Gesetze bzw. Regeln eine feste Größe im Schulunterricht der DDR (PORGES *et al.* 2016, 2017, 2021; Abb. 1, 2) sowie anderer Länder und Zeiten waren und sind. Aus diesem Grund werden auch heute noch die Kreuzungsexperimente Mendels trotz vereinzelter Kritik (KATTMANN 2018) in der Regel in der Jahrgangsstufe zehn bzw. der gymnasialen Oberstufe innerhalb der Fachdisziplin Genetik gelehrt (u. a. TMBJS 2012).



Abb. 1: Johann Gregor Mendel. Abbildung aus dem Biologielehrbuch der DDR für die Klassen 11 und 12 (AMBROSIUS *et al.* 1969, hinterer Bucheinband).

Abb. 2: Ergebnisse von Kreuzungsversuchen Mendels. Dargestellt im Biologielehrbuch der DDR für die Klasse 10 (BACH *et al.* 1971, S. 36).

Ergebnisse von Kreuzungsversuchen Mendels				
An verschiedenen Erbsensorten untersuchte Merkmalspaare		Anzahl der F ₂ -Individuen		Verhältnis der Merkmale (3:1)
dominant	rezessiv	dominantes Merkmal	rezessives Merkmal	
runde Samen		5 474		2,96:1
	runzlige oder kantige Samen		1 850	
gelbe Keimblätter		6 022		3,01:1
	grüne Keimblätter		2 001	
graue Samenschale		705		3,15:1
	weiße Samenschale		224	
einfach gewölbte Hülsen		882		2,95:1
	ingeschnürte Hülsen		299	
grüngefärbte unreife Hülsen		428		2,82:1
	gelbgefärbte unreife Hülsen		152	
achsenständige Blütenstellung		651		3,14:1
	endständige Blütenstellung		207	
lange Blütenachse		787		2,84:1
	kurze Blütenachse		277	



Abb. 3: Gregor Mendel Statue vor dem ehem. Mendelianum, Brno. Aus der Dia-Serie der DDR (Z-R 36, Archiv Porges, privat).



Abb. 4: Klostersgarten im ehem. Mendelianum, Brno. Aus der Dia-Serie der DDR (Z-R 36, Archiv Porges, privat).

Schließlich geht es eben nicht darum, dass die klassische Genetik im Unterricht mit „modernen“ Themen um Unterrichtsstunden oder um eine zentrale Stellung konkurriert, sondern um die Vermittlung von Ideen und Denkansätzen, die entscheidend zur Entwicklung der Biowissenschaften beigetragen haben (HöBfeld und Simunek 2015; Brem 2017; HöBfeld *et al.* 2017; Simunek *et al.* 2018).

Der folgende Beitrag knüpft nun bewusst an diese wissenschaftshistorische Perspektive an und zeigt exemplarisch die Besonderheiten und Zusammenhänge der Fachgebiete Mathematik und Biologie auf, die den Weg naturwissenschaftlichen Arbeitens für Schüler*innen verdeutlichen können. Die Schwierigkeit dabei ist, und dies ist nicht zu unterschätzen, dass mathematische Inhalte im Biologieunterricht für Lehramtsstudierende und Lehrende der Biologie oftmals eine Herausforderung darstellen (u. a. Lachmayer und Prechtl 2018). Hinzu kommt die Problematik, dass das Unterrichtsfach Mathematik unter Schüler*innen als unbeliebt und schwierig gilt (Boenigk 2021, S. 9; Loos und Ziegler 2015, S. 7-8). Daher ist ein grundlegendes Verständnis davon, welchen Beitrag der Mathematikunterricht zur Allgemeinbildung leistet und welche Kompetenzen hier vermittelt werden, unabdingbar. Konkrete Lernangebote, wie am Ende des Beitrages vorgestellt, müssen dies berücksichtigen und ferner den Unterrichtsprinzipien folgend u. a. nachvollziehbar und anschaulich sein sowie die Lernenden ins Handeln bringen. Gerade hier kann Mendels Denk- und Arbeitsweise ein Vorbild sein (Abb. 3, 4).

2. MATHEMATIK ALS „SPRACHE DER NATUR“

Mathematik (altgriechisch: μαθηματικ τέχνη) bedeutet „die Kunst des Lernens“. Sie ist eine der ältesten Wissenschaften und in allen Wissenschaften anwendbar. Ihre historischen Wurzeln liegen in drei antiken Phasen: der Kunst des Berechnens und

Vermessens, des Beweisens und als Mittel zum Verständnis der Natur (HASSE 1953). Während Galileo Galilei (1564–1642) sie als „*Sprache der Natur*“ (NEUNHÄUSERER 2021, S. 10) bezeichnete, wird sie heute als „*die Wissenschaft der quantitativen Beziehungen und räumlichen Formen in der realen Welt*“ (LOOS und ZIEGLER 2015, S. 4) definiert und in die *reine und angewandte* Mathematik unterteilt. Erstere ist dabei für die Öffentlichkeit weniger (be-)greifbar, da ihr eigene Realitäten zugerechnet werden, wofür bspw. die spezifische mathematische Sprache verantwortlich ist. Für die meisten Menschen präsenter und eher von Bedeutung ist daher die angewandte Mathematik. Sie beinhaltet Aspekte, die für die Natur- und Geisteswissenschaften sowie für den Alltag von Nutzen sind. Dieser Teil der Mathematik dient somit als Werkzeug für die Naturwissenschaften, die Technik und die Wirtschaft u. a. durch Beschreibungen, Prognosen und Optimierungen oder auch als Hilfsmittel für den Alltag. Dementsprechend findet sie wortwörtlich Anwendung in der für die Gesellschaft als real angesehene Welt und ist demzufolge auch eine Voraussetzung für die Studierfähigkeit (ebd., S. 3–4).

Traditionell beinhaltet die Mathematik folgende Sachgebiete, die sich auch in administrativen Bildungsvorgaben wie Schullehrplänen wiederfinden (KMK 2012, S. 18): die Lineare Algebra, Analytische Geometrie, Analysis, Stochastik und Geometrie. Die Algebra bezieht sich auf den Umgang mit Zahlen, Variablen und Symbolen. Die Analysis thematisiert Funktionen und Graphen, deren Beziehungen zueinander sowie deren Veränderungen. Die Geometrie befasst sich mit Ebenen und räumlichen Strukturen in verschiedenen Formen und die Stochastik mit Wahrscheinlichkeiten, Statistiken und Zufällen (TMBJS 2018, S. 8). Eine häufig angewandte mathematische Methode ist das Herstellen sinnvoller Kombinationen, also von denjenigen, die nützlich sind. Sie stellen jedoch nur eine Minorität aller möglichen Kombinationen dar. Um sie zu finden, müssen Unterscheidungen getroffen und Lösungsweg folgerichtig ausgewählt werden. Das mathematische Arbeiten ist dadurch weniger eine reine Deduktion, sondern wird viel mehr durch Kreativität bestimmt. Die Mathematik beinhaltet somit nicht nur unveränderliche Gesetzmäßigkeiten, sondern unterliegt einem dauerhaften Wandel, wird immer weiter umgeformt, umformuliert und neu zusammengestellt. In diesen Prozessen entstehen neben neuen Begriffen und Definitionen auch neue mathematische und vorher nie dagewesene Probleme (LOOS und ZIEGLER 2015, S. 5–8). Oft ist es nicht begreiflich, dass die Mathematik immer wieder neue Forschungsfragen aufwirft und dadurch die Anzahl der ungelösten mathematischen Probleme, die der gelösten, bei Weitem übersteigt (ebd., S. 7–8).

3. DAS SCHULFACH MATHEMATIK UND SEIN BEITRAG ZUR ALLGEMEINBILDUNG

Der Mathematikunterricht ist bei Schüler*innen häufig unbeliebt, was auch daran liegt, dass das Fach oft nur als Interaktion mit Zahlen verstanden wird (BOENIGK 2021, S. 9). Dies ist nicht zuletzt darauf zurückzuführen, dass der Schulstoff zum Großteil aus einer historischen Zeit stammt – der Mathematik des 15. bis 18. Jahrhunderts, ergänzt durch Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kombinatorik (LOOS und ZIEGLER 2015, S. 7–8). Obwohl die Mathematik im wissenschaftlichen Sinn als schwierig gilt, wird sie für die schulische Bildung bzw. für die Allgemeinbildung als notwendig erachtet. Neben der Alltagsbewältigung ist sie vor allem für die berufliche und wirtschaftliche Karriere relevant (ebd.).

Mit der Frage der mathematischen Allgemeinbildung beschäftigte sich Heinrich Winter (1928–2017). Er skizzierte, in welcher Weise das Fach unentbehrlich ist und empfahl, Schüler*innen drei miteinander verknüpfte Grunderfahrungen zu ermöglichen:

- „(1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
 (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
 (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben“ (WINTER 1995, S. 37).

Diese Grunderfahrungen – Mathematik als Anwendung, Struktur und kreatives Handlungsfeld – sind auch heute noch in den administrativen Vorgaben der Bundesrepublik Deutschland wie den Bildungsstandards oder auch konkreten Lehrplänen wie u. a. im Thüringer Curriculum präsent (KMK 2012, S. 11; TMBJS 2018, S. 5).

Hier finden sich ferner Angaben zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen (K 1 bis K 6), die von den Lernenden während der aktiven Auseinandersetzung mit dem jeweiligen Fachinhalt erworben werden sollen (vgl. Tab. 1). Dabei betont die KMK (2012, S. 12): „Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese an ganz unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann.“ Im Folgenden sollen daher kurz die Kompetenzen und Leitideen skizziert werden.

Tabelle 1: Kompetenzbereiche und Leitideen im Fach Mathematik (nach KMK 2012, S. 11).

Allgemeine mathematische Kompetenzen:	Leitideen:
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Mathematisch argumentieren (K1) ▪ Probleme mathematisch lösen (K2) ▪ Mathematisch modellieren (K3) ▪ Mathematische Darstellungen verwenden (K4) ▪ Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K5) ▪ Mathematisch kommunizieren (K6) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Algorithmus und Zahl (L1) ▪ Messen (L2) ▪ Raum und Form (L3) ▪ Funktionaler Zusammenhang (L4) ▪ Daten und Zufall (L5)

Die Fähigkeit des mathematischen Argumentierens (K 1) ist dann erreicht, wenn die Schüler*innen in der Lage sind, Lösungswege und deren Verknüpfungen darzustellen, mathematisch typische Fragestellungen zu formulieren, simple Beweise zu führen sowie Problembearbeitungen auf deren Klarheit, Gesamtheit und Nachvollziehbarkeit zu bewerten (TMBJS 2018, S. 8–10). Probleme mathematisch lösen (K 2), beinhaltet das Verstehen eines Problems (sei es inner- oder außermathematisch), das Ausdenken eines Plans, der die Lösung für die Fragestellung bereithält, die schrittweise Ausführung und schließlich die Reflexion des Resultates auf Plausibilität (PÓLYA 2004). Das mathematische Modellieren (K 3) bezieht sich auf das Übersetzen von realen Sachverhalten in mathematische Strukturen, Relationen und Begriffe. Zudem zählen das Bearbeiten der Modelle sowie die Interpretation der Resultate in Bezug auf die reale Situation ebenfalls dazu. Sind die Schüler*innen in der Lage, verschiedene Darstellungsformen wie Tabellen, Graphen oder Diagramme situationsgerecht auszuwählen, Zusammenhänge zwischen ihnen zu erkennen, zu interpretieren und anzuwenden, dann wird von der Kompetenz mathematische Darstellungen verwenden

(K 4) gesprochen. Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5), bezeichnet eine weitere allgemeine mathematische Kompetenz. Sie beinhaltet im Wesentlichen das Arbeiten mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen etc. Außerdem zählt das beidseitige Übersetzen von mathematischer Sprache und Alltagssprache, sowie das Durchführen von Lösungs- und Probeverfahren und das zweckmäßige Verwenden von mathematischen Hilfsmitteln wie beispielsweise Taschenrechner, Formelsammlungen und Computeralgebrasysteme dazu. Das mathematische Kommunizieren (K 6) stellt die letzte der aufgeführten allgemeinen mathematischen Kompetenzen dar. Im engeren Sinn beinhaltet diese die Fähigkeit, Fachsprache korrekt zu verwenden, Lösungswege und Resultate geordnet festzuhalten, aufzuzeigen und zu präsentieren sowie Behauptungen über mathematische Aspekte bezüglich ihrer Adäquatheit, Richtigkeit und Qualität zu prüfen (TMBJS 2018, S. 10).

Für den Mathematikunterricht wurden durch die KMK (2012) fünf Leitideen formuliert und den mathematischen Sachgebieten zugeordnet. So vereint die Leitidee „Algorithmus und Zahl“ (L 1) die Anfänge der Analysis und der linearen Algebra. Lernziele dieser Leitidee sind das Auswählen und das Anwenden der Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems, die Grenzwertbestimmung oder das Beschreiben bestimmter Situationen durch Tupel und Matrizen. Die Leitidee „Messen“ (L 2) beinhaltet das Bestimmen von Streckenlängen und den Winkelgrößen im Raum, Änderungsraten, Flächeninhalten, Erwartungswerten, Standardabweichungen und Streuungen in einer Stichprobe. Somit bezieht sich diese Leitidee auf Grundzüge der Analysis, der Analytischen Geometrie und der Stochastik. Um räumliches Vorstellungsvermögen weiterzuentwickeln, setzt sich die Leitidee „Raum und Form“ (L 3) mit Objekten im Raum und deren Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln wie beispielsweise Geometriesoftware auseinander. Dementsprechend kann dieser Leitidee das Sachgebiet der Analytischen Geometrie zugeordnet werden. Die Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (L 4) richtet sich auf die Vertiefung des Funktionsbegriffes der elementaren Analysis. Ziel ist es, funktionale Beziehungen zwischen Zahlen und deren Darstellungen zu übermitteln. Die Auswertung und Modellierung von Zufallsexperimenten sowie die Interpretation von statistischen Daten unterliegen dem Sachgebiet der Stochastik und sind in der Leitidee „Daten und Zufall“ (L 5) zusammengefasst (ebd., S. 18 ff).

Die Anforderungsbereiche (unterschiedliche kognitive Ansprüche), Leitideen und allgemeine mathematische Kompetenzen stehen in einem engen Zusammenhang, da eine mathematische Aufgabe in jede der drei Dimensionen eingeordnet werden kann. Demnach lässt sich dieser Sachverhalt in ein dreidimensionales Kompetenzmodell für den Mathematikunterricht überführen (ebd., S. 12).

4. ARBEITSWEISEN IM VERGLEICH

Die Einteilung der Wissenschaften entwickelt sich seit der Antike auch aufgrund zunehmender Differenzierung stets weiter. Aktuell liegt von der OECD mit der *Revised Field of Science and Technology* (2007) eine Systematik vor, die als „*compromise between different viewpoints and user needs*“ verstanden wird (OECD 2007, S. 2). Hier wird die Vielzahl an Disziplinen im Bereich Science and Technology in sechs Bereiche untergliedert: Natural Science, Engineering and Technology, Medical and Health Sciences, Agricultural Sciences, Social Sciences und Humanities. Zum Bereich Natural Science zählen: Mathematics, Computer and information sciences, Physical sciences, Chemical sciences, Earth and related environmental sciences, Biological sciences, Other natural sciences (ebd., S. 6 ff.).

Auch der Philosoph Arno Anzenbacher (2009) ordnet die Biologie den Naturwissenschaften und damit den Realwissenschaften zu, die Mathematik dagegen den Formalwissenschaften. Dieser Aufteilung liegen verschiedene Aspekte zu Grunde, die hier kurz diskutiert werden sollen. Wird zunächst die zugrundeliegende Arbeitsweise der Naturwissenschaften und je nach Systematik auch der Mathematik betrachtet, sind keine gravierenden Unterschiede erkennbar. Wenn zum Beispiel unerwartete Ereignisse oder Phänomene während einer Erkundung oder Untersuchung eintreten, werden diese als neue Problemstellung aufgegriffen. Sie bestätigen eine Theorie oder ein Gesetz, bringen diese/s zu Fall oder stellen eben ein neues bisher ungelöstes Problem auf (LOOS und ZIEGLER 2015, S. 7). Während die Mathematik Beweise anstrebt, gibt es in der Biologie jedoch keinen endgültigen Beweis für eine Theorie. Vielmehr sind es Hypothesen, die fortlaufend durch Beobachtungen oder Experimente be- oder widerlegt werden. Eine Vielzahl verifizierter Hypothesen bilden schließlich eine Theorie, die damit aber nicht bewiesen ist. Widersprechen die Ergebnisse einer Theorie, werden neue Hypothesen entwickelt und getestet (BOENIGK 2021, S. 4).

Einen weiteren grundlegenden Unterschied stellt die Empirie dar. Die Mathematik benötigt im Gegensatz zu den empirischen Wissenschaften, wie die Biologie es ist, keine Empirie (vgl. NEUNHÄUSERER 2021, S. 11). Wiederum wird die Biologie aber nicht von einer gleichartig festgelegten Methodik bestimmt. Daher ist zu erwarten, dass sich die Arbeitsweisen der Mathematik in der Biologie weiter etablieren (JOST 2019, S. 6). Auch Avner Friedmann, Gründer des Mathematical Biosciences Institutes, betonte, dass sich in Zukunft die Kluft zwischen der Biologie und der Mathematik weiter schließen wird, da sich zunehmend jeder Bereich mit der Sprache, den Konzepten und den Methoden des jeweils anderen befasst (zit. nach CASPAR und HUNGERBÜHLER 2022, S. 4).

Auch wenn die Biologie als eigene Wissenschaft arbeitet, bedient sie sich also verschiedener Modelle und Methoden aus der Mathematik. Diese stellt Verfahren bereit, die dazu dienen, Daten und Statistiken auszuwerten, fiktive Situationen zu berechnen und Modelle auf ihre Richtigkeit zu prüfen. Dadurch ist die Biologie zwar weiterhin eine autonome (MAYR und WARMUTH 2005, S. 33–40), aber eben auch sehr interdisziplinäre Wissenschaft (BOENIGK 2021, S. 4). Somit sind nicht nur die Physik-, Chemie- und Astronomiegeschichte, sondern schließlich auch die der Biologie vom mathematischen Arbeiten geprägt. Zu Letzterer gehören u. a. die Beschreibung der Mendelschen Regeln unter Einbezug der Wahrscheinlichkeit, die Beschreibung der Populationsdynamik innerhalb von Räuber-Beute-Beziehungen mit Hilfe des Lokta-Volterra-Modells oder die Auseinandersetzung mit Fragen zur Impfwirksamkeit zum Schutz vor Infektionskrankheiten. Auch liefert uns die Mathematik des Lebendigen wie die Stoffwechselrate, Körpergröße, Alter und Herzfrequenz etc. weitere relevante Daten, die letztlich aus medizinischer Sicht bedeutsam sind.

Schlussendlich sind es Zahlen, die durch das Messen und Zählen gewonnen, quantitative Daten aus Experimenten und Untersuchungen zur Erklärung der Welt liefern. Zudem werden mathematische Methoden genutzt, um biologische Modelle zu prüfen und bestimmte Vorhersagen treffen zu können, wie folgendes Beispiel verdeutlichen soll: Für einen Biologen lässt sich ohne Mathematik nicht sagen, welche Geschwindigkeit ein Apfel hat, der von einem Baum fällt (NEUNHÄUSERER 2021, S. 10–11). Jürgen Jost, seit 1996 Direktor am Max-Planck-Institut für Mathematik und den Naturwissenschaften in Leipzig, sieht neben den mathematischen Verfahren das konzeptionelle Arbeiten als bedeutsam an (JOST 2019, S. 7). Er orientiert sich dabei an den Problemlösestrategien nach George Pólya (1887–1985; vgl. u. a. PÓLYA 2004), die dabei helfen können, komplexe Wechselbeziehungen auf verschiedenen Ebenen zu verstehen.

Gegen Ende des 20. Jahrhunderts stieg schließlich die Mathematisierung der Biologie deutlich an und veränderte ein Stück weit das Bild der Wissenschaft in ihren Grundzügen, sodass die Mathematik heute nicht mehr aus den Naturwissenschaften wegzudenken ist (CASPAR und HUNGERBÜHLER 2022, S. 4; OECD 2007). Innerhalb der Biologie sind Disziplinen wie die Bioinformatik und Arbeitsbereiche bzw. Methoden wie Biosignalanalysen entstanden, die die Mathematisierung der Naturwissenschaft weiter vorantreiben (NEUNHÄUSERER 2021, S. 10). Der Grund dafür ist simpel. Mit Hilfe mathematischer Verfahren und Modelle können biologische Sachverhalte analysiert und somit tiefgründiger durchschaut und erforscht werden (CASPAR und HUNGERBÜHLER 2022, S. 4). Die Mathematik ist für die Biologie unverzichtbar geworden.

5. ZUR MATHEMATISIERUNG DES BIOLOGIEUNTERRICHTS

Die Tatsache, dass die Biologie als Wissenschaft interdisziplinär mit der Mathematik verknüpft ist, sollte sich folglich in den Unterrichtsfächern widerspiegeln. Der Mathematikdidaktiker Erich Christian Wittmanns fordert daher zurecht, biologische Sachverhalte im Mathematikunterricht und mathematische Kompetenzen im Biologieunterricht einzubeziehen, damit den Schüler*innen deutlich wird, dass die Wissenschaften heute einander bereichern: *„wenn die Schüler aber im Biologieunterricht eine analoge Untersuchung niemals durchführen (...) werden die Schüler kritisch, wie sie sind, den Verdacht nicht los, daß die Erklärungen ihres Lehrers über die Bedeutung der Mathematik für andere Bereiche der menschlichen Geistesaktivität nicht wahr sind“* (WITTMANN 2002, S. 138).

Interdisziplinäres Arbeiten, also die Anwendung mathematischer Verfahren auf biologische Probleme, hilft letztlich den Schüler*innen zu erkennen, dass das Gelernte aus einem Fach nicht bedeutungslos ist und vor allem nicht losgelöst von anderen Disziplinen betrachtet werden sollte (ebd.). Beispielsweise haben Schüler*innen im Biologieunterricht oft Schwierigkeiten im Umgang mit Diagrammen, was wiederum mit einem unzureichenden Wissen über diese Repräsentationsform zusammenhängt (LACHMAYER und PRECHTL 2018, S. 1–2). Dabei spielt eine gute Diagrammkompetenz eine zentrale Rolle, wenn komplexe biologische Prozesse visualisiert und in einen Zusammenhang gebracht werden (ESCHENHAGEN *et al.* 2008, S. 271–356). Auch die Fähigkeit im Umgang mit Koordinatensystemen stellt eine ähnliche adäquate Herausforderung dar. Im sogenannten Graph-als-Bild-Fehler deuten die Schüler*innen den Graphen einer Funktion als Illustration, das heißt einer durch ihn beschriebenen Realsituation und nicht als Ausdruck eines funktionalen Zusammenhangs. Dementsprechend muss neben der Diagrammkompetenz auch das funktionale Denken, als Kerngebiete des Mathematikunterrichts, in weiteren Fächern und somit vor allem auch im Biologieunterricht gefördert werden (MEISTER 2018, S. 2).

Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Mathematisierung der Biologie im Unterricht dem Grundsatz unterliegt, die Vermittlung von biologisch signifikanten, erkenntnisleitenden Verfahren und Theorien nicht zu beeinträchtigen. Das bedeutet, die Mathematisierungen sollten lediglich auf die Bereiche beschränkt werden, in denen sie ein Verständnis der biologischen Sachverhalte vereinfachen und unterstützen. Lehrkräfte sind daher angehalten, die Schüler*innen zu befähigen, mathematische Modelle bei ausgewählten biologischen Sachverhalten einzusetzen. Die Mathematisierung darf also nicht wahllos im Biologieunterricht platziert werden, sondern muss gezielt und passend ausgewählt erfolgen. Ferner empfiehlt sich das Aufzeigen mathematischer Zusammenhänge im Unterricht (ESCHENHAGEN *et al.* 2008, S. 289–291).



Abb. 5: Verschiedene DNA-Modelle für den Unterricht aus der Sammlung der AG Biologiedidaktik der Friedrich-Schiller-Universität Jena.

In der Sekundarstufe I lässt sich bspw. durch das Zerschneiden eines Würfels und das Analysieren des Würfelnetzes das Prinzip der Oberflächenvergrößerung visualisieren. Die Anwendung einfacher mathematischer Methoden bietet sich hier besonders an, da Flächenberechnung, und damit auch die Maximierung bzw. Minimierung einer Fläche bei Organismen, ein Paradebeispiel für biologische Prinzipien ist. Weiterhin trägt ein mathematisches Verständnis von Wahrscheinlichkeiten, insbesondere von der Normalverteilung und der Kombinatorik, erheblich zu einer tiefgründigeren Kenntnis biologischer Sachverhalte bei. So lässt sich anhand der Normalverteilung und der Interpretation der Gauß'schen Glockenkurve die Variabilität von Charakteristika einer Population beschreiben und Fachbegriffe wie Optimum oder Toleranzbereich innerhalb des Themenbereiches der ökologischen Potenz ableiten (BLÜMEL und BERGSTEDT 2006, S. 84). Auch das kombinatorische Zahlenverständnis spielt eine zentrale Rolle bei der Anwendung der Mendelschen Gesetze (ESCHENHAGEN *et al.* 2008, S. 289-291). So lassen sich Wahrscheinlichkeiten für das Zusammentreffen bestimmter Keimzellen berechnen

und etwa die Spaltungsregel beweisen (BLÜMEL und BERGSTEDT 2006, S. 131–132). Weiterhin findet die Mathematik im Themenbereich der Evolution bzw. innerhalb der Artbildungs- und der Populationsprozesse Anwendung und ist für das Verständnis von Fachbegriffen wie Sterberate oder Mittlere und Optimale Geburtenmasse von Bedeutung (BERGSTÄDT *et al.* 2006, S. 75; ESCHENHAGEN *et al.* 2008, S. 289–291).

Nicht unerwähnt bleiben soll, dass zur Aufklärung der Molekularstruktur der Desoxyribonukleinsäure (Abb. 5), für die 1962 der Nobelpreis vergeben wurde, neben dem Molekularbiologen James Watson, entscheidend die Physiker Francis Crick (1916–2004) und Maurice Wilkins (1916–2004) beteiligt waren. Erst diese Interdisziplinarität ermöglichte die wegweisende Entdeckung (vgl. HÖBFELD 2019).

Für die Sekundarstufe II sind zudem die erforderlichen mathematischen Funktionen für Wachstumsprozesse relevant, da diese nicht nur, wie bereits beschrieben, in der Populationsdynamik, sondern auch beim Wachstum von Organismen und der Allometrie zur Anwendung kommen. Eine ebenfalls zentrale und zugleich sinnvolle Mathematisierung für den Biologieunterricht in der Oberstufe ist die Herleitung der Hardy-Weinberg-Formel. Zunächst lässt sich das Hardy-Weinberg-Dreieck als Nomogramm visualisieren und kann im Anschluss als Interpretationsgrundlage genutzt werden. Dabei werden u. a. die Überlegenheit von heterozygoten Organismen und den damit im Zusammenhang stehenden Programmen zur Erbgutsverbesserung in Hinblick auf die populationsgenetische Wirksamkeit diskutiert. Dazu kommt, dass die Gesetzmäßigkeiten des Hardy-Weinberg-Gleichgewichtes in Verbindung mit dem Satz der bedingten und der totalen Wahrscheinlichkeit gebracht werden können (HORSTMANN 2016, S. 32). An dieser Stelle lohnt sich ferner die Überlegung, inwiefern der Einsatz von Computern und mathematische Software sinnvoll ist (ESCHENHAGEN *et al.* 2008, S. 289–291).

6. UNTERRICHTSAUFGABEN

6.1. Die Mendelschen Regeln

Aufgabenstellung:

Eine weiße reinerbige Henne wird mit einem reinerbigen Hahn mit schwarzem Gefieder gekreuzt. Stellen Sie die Kombinationsquadrate bis zur zweiten Tochtergeneration unter der Bedingung, dass weißes Gefieder dominant und schwarzes Gefieder rezessiv vererbt wird, auf! Bestimmen Sie sowohl Genotyp als auch Phänotyp der jeweiligen Generationen!

Erwartungshorizont:

Erbgang: dominant-rezessiv

Elterngeneration: Allele weißes Gefieder (Henne): WW

Allele schwarzes Gefieder (Hahn): ss

Tabelle 2: Kombinationsquadrat der ersten Tochtergeneration (1. Mendelsche Regel, Uniformitätsgesetz).

Schwarzes Gefieder	S	S
Weißes Gefieder		
W	sW	sW
W	sW	sW

Genotyp 1. Tochtergeneration: 4 x sW

Phänotyp 1. Tochtergeneration: 4x weiß

Für die zweite Tochtergeneration werden zwei Individuen der ersten Tochtergeneration miteinander gekreuzt. Es handelt sich dementsprechend um eine Kreuzung zweier genotypisch mischerbiger Individuen.

Tabelle 3: Kombinationsquadrat der zweiten Tochtergeneration (zweite Mendelsche Regel, Spaltungsgesetz).

	S	W
S	Ss	sW
W	sW	WW

Genotyp 2. Tochtergeneration: 1 x ss, 2 x sW, 1 x WW

→ Spaltungsverhältnis 1 : 2 : 1

Phänotyp 2. Tochtergeneration 1 x schwarzes Gefieder, 3 x weißes Gefieder

→ Spaltungsverhältnis 3 : 1

(vgl. Blickpunkt Biologie 2021, S. 316–319)

Aufschlüsselung der mathematischen Inhalte

Zur Bearbeitung der Aufgabe der Mendelschen Regeln sollen die Schüler*innen Kombinationsquadrate aufstellen. Diese können auch als Vier-Felder-Tafeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufgefasst werden, da somit alle Ereignisse beziehungsweise Kombinationen von Allelen erfasst werden können. Des Weiteren dient das aufgestellte Kombinationsquadrat als Grundlage zur Bestimmung von Genotyp und Phänotyp. Dementsprechend können hier die folgenden mathematischen Kompetenzen zugeordnet werden (vgl. Kapitel 3): mathematisch Modellieren (K 3), mathematische Darstellungen verwenden (K 4) und mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen (K 5). Weiterhin steht die Leitidee „Daten und Zufall“ (L 5) im Mittelpunkt dieser Aufgabe, da hier Grundzüge der Kombinatorik verankert sind.

6.2. Der Bau und die Ebenen der DNA

Aufgabenstellung

1. Leiten Sie den prozentualen Anteil der anderen organischen Basen einer DNA-Probe ab, für die experimentell ein Adeninanteil von 31 % ermittelt wurde!

2. Füllen Sie die Lücken im Text über die Organisationsebenen des Chromatins aus!

Die DNA als Doppelstrang besitzt einen Durchmesser von circa ____ nm. Die schnurartig aufgewickelten Nukleosomen stellen die kleinste Verpackungsform der DNA dar und treten als 10 nm dicke Fibrille auf. Zweimal wickelt sich ein DNA-Doppelstrang um einen Proteinkern, welcher aus ____ Histon-Untereinheiten besteht. Durch diese Gestalt kann die DNA um das ____-fache verdichtet werden. Das Chromatin, welches in der Interphase der Kernteilung als sogenanntes Filament auftritt, besitzt eine Stärke von rund 30 nm. Dieses Filament ist eine Aneinanderreihung von _____ Nukleosomen in einer Ebene zu einer Nukleosomenkette, wodurch eine Verdichtung um den Faktor ____

entsteht. Im Anschluss kondensieren die Chromatinfilamente weiter zu Schleifen. Durch mehrfaches Verdrehen und Aufeinanderlegen wird die in der Metaphase benötigte Chromatidstruktur des Chromosoms erlangt. Diese höchste Form der Verdichtung wird mit einem Durchmesser von _____ nm und der rund _____-fachen Kondensation zum Chromosom erzeugt (vgl. WEBER 2015, S. 136).

Erwartungshorizont

1) Wenn 31 % Adenin → 31 % Thymin

Dann gilt:

Guanin + Cytosin = 100 % - (Adenin + Thymin) (*) und Guanin = Cytosin (**)

Folgt:

Adenin + Thymin = 31 % + 31 % = 62 %

→ (*) Guanin + Cytosin = 100 % - 62 % = 38 %

→ (**) Guanin = 38 % : 2 = 19 % = Cytosin

(vgl. WEBER 2015, S. 134)

2) Die DNA als Doppelstrang besitzt einen Durchmesser von ca. **2 nm**. Die schnurartig aufgewickelten Nukleosomen stellen die kleinste Verpackungsform der DNA dar und treten als 10 nm dicke Fibrille auf. Zwei Mal wickelt sich ein DNA-Doppelstrang um einen Proteinkern, welcher aus **8 Histon-Untereinheiten** besteht. Durch diese Gestalt kann die DNA um das **7-fache** verdichtet werden. Das Chromatin, welches in der Interphase der Kernteilung als sogenanntes Filament auftritt besitzt eine Stärke von rund 30 nm. Dieses Filament ist eine Aneinanderreihung von **sechs** Nukleosomen in einer Ebene zu einer Nukleosomenkette, wodurch eine Verdichtung um den Faktor **40** entsteht. Im Anschluss kondensieren die Chromatinfilamente weiter zu Schleifen. Durch mehrfaches Verdrehen und Aufeinanderlegen wird die in der Metaphase benötigte Chromatidstruktur des Chromosoms erlangt. Diese höchste Form der Verdichtung wird mit einem Durchmesser von **700 nm** und der rund **10 000-fachen** Kondensation zum Chromosom erzeugt.

(vgl. WEBER 2015, S. 136)

Aufschlüsselung der mathematischen Inhalte

Die erste Teilaufgabe verlangt von den Lernenden einen sicheren Umgang mit Gleichungssystemen sowie das Strukturieren und Darstellen ihrer Lösungsstrategien. Demnach lassen sich hier (vgl. Kapitel 3) L 1 „Algorithmus und Zahl“ sowie K 5 mit symbolischen, formalen und technischen Symbolen der Mathematik umgehen (Gleichungssysteme) und K 6 mathematisch Kommunizieren (Strukturieren des Lösungsweges) zuteilen. Die Lücken des Textes der zweiten Teilaufgabe werden lediglich durch Zahlen gefüllt, weshalb L 1 zugeordnet werden kann. Zudem wird oft von einer x-fachen Verdichtung gesprochen oder mehrere Anordnungen im Raum beschrieben. Infolgedessen beinhaltet diese Teilaufgabe auch die inhaltsbezogene mathematische Kompetenz L 3 „Raum und Form“.

7. RESÜMEE: MEHR MATHEMATIK WAGEN!

Der Einsatz mathematischer Methoden in den modernen Naturwissenschaften ist ein untrennbarer Bestandteil ihrer Forschungsinstrumente. Wie im Beitrag gezeigt, haben



Abb. 6: James D. Watson, Francis H. C. Crick und Gregor Mendel. Abbildung aus dem Biologielehrbuch der DDR für die Klasse 10 (BACH *et al.* 1971, S 30).



Abb. 7: DNA-Modell im Mendelianum, Brno 2018 (Aufnahme U. Hoßfeld).

auch die Fächer Biologie und Mathematik in der Sekundarstufe I und II zahlreiche Berührungspunkte, die zur Bereicherung des Biologieunterrichts durch fächerübergreifendes bzw. -verbindendes, durch interdisziplinäres Unterrichten aufgegriffen werden können. Schließlich sind mathematische Fähigkeiten wesentlich für die Allgemeinbildung und von daher auch Bestandteil der Bildungsstandards und der Curricula der einzelnen Bundesländer. Eine intensive Anwendung mathematischer Methoden im Biologieunterricht der Sekundarstufe I und II kann letztlich nicht nur zu einem vertieften Verständnis biologischer Daten und Zusammenhänge führen, sondern auch zur Weiterentwicklung mathematischer Kompetenzen beitragen. So lässt sich, wie im Beitrag dargestellt, anhand der Mendelschen Regeln kombinatorische Logik sehr gut vermitteln und üben. Das zweite Beispiel verlangt von den Lernenden einen sicheren Umgang mit Gleichungssystemen. Ferner stehen sowohl Mendels Erkenntnisse als auch die von Watson, Wilkins und Crick letztlich als Vorbild einer modernen interdisziplinären Denk- und Arbeitsweise, deren Ergebnisse die Forschungslandschaft nachhaltig prägten (u. a. MENDEL 1866; WATSON und CRICK 1953; BREM 2017; HÖBFELD *et al.* 2017, 2019; Abb. 6, 7). Es bleibt zu hoffen, dass zukünftige Biologielehrkräfte dieses Potenzial erkennen und ihren Unterricht entsprechend ausrichten, sodass bereits Schüler*innen von den vielfältigen Beziehungen zwischen den Wissenschaften partizipieren und zu tiefgreifenden Erkenntnissen und Einsichten gelangen können.

LITERATUR:

- AMBROSIUS, Herwart, GEIBLER, Erhard, HUNDT, Rudolf, LIBBERT, Eike, LÖTHER, Rolf, SCHMIDT, Harry, SCHUH, Josef, SCHUMANN, Hubert, TIETZE, Franz, VENT, Walter, WEINITSCHKE, Hugo (1969): *Biologie. Lehrbuch für die Klassen 11 und 12*. Berlin: Volk und Wissen.
- ANZENBACHER, Arno (2009): *Einführung in die Philosophie*. 13. Aufl. Freiburg im Breisgau: Herder.
- BACH, Herbert, HELMS, Jochen, MEINCKE, Irmitraut, MÜLLER, Johannes, PLESSE, Werner, ROTHACKER, Dietrich, THEILE, Michael (1971): *Biologie. Lehrbuch für die Klasse 10*. Berlin: Volk und Wissen.
- BERGSTÄDT, Christel, HÖGERMANN, Christiane, MEIBNER, Karl (Hrsg.) (2006): *Biologie plus*. Berlin: Volk und Wissen.
- Blickpunkt Biologie* (2021): Allgemeine Ausgabe, Druck A. Braunschweig: Westermann.
- BLÜMEL, Hans, BERGSTEDT, Christel (2006): *Biologie*. Regelschule Thüringen, Neubearb., 1. Aufl. Berlin: Volk und Wissen.
- BOENIGK, Jens (Hrsg.) (2021): *Boenigk, Biologie. Der Begleiter in und durch das Studium*. Berlin: Springer Spektrum (Springer eBook Collection).
- BREM, Gottfried (Hrsg.) (2017): 150 Jahre Mendelsche Regeln: Vom Erbsenzählen zum Gen-Editieren. *Nova Acta Leopoldina, Neue Folge*, Nummer 413. Stuttgart: Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft.
- CASPAR, Alexander, HUNGERBÜHLER, Norbert (2022): *Mathematische Modellierung in den Life Sciences*. Berlin: Springer Spektrum (Lehrbuch).
- ESCHENHAGEN, Dieter, ETSCHENBERG, Karla, KATTMANN, Ulrich, BÜHS, Roland (2008): *Fachdidaktik Biologie. Die Biologiedidaktik*. 8., durchges. Aufl. hrsg. v. Harald Gropengießer. Köln: Aulis-Verl. Deubner.
- FINGERHUT, Andrea, KRÖPER, Lisa (2013): *Das kleine 1 x 1. Umfangreiches Material zur Multiplikation für die Förderschule; /3.-4. Klasse/*. 3. Aufl. Hamburg: Persen AAP Lehrerfachverlage (Sonderpädagogische Förderung).
- HORSTMANN, Dirk (2016): *Mathematik für Biologen. 2. überarbeitete und ergänzte Auflage*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum. Online verfügbar unter <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-48501-9>
- HÖBFELD, Uwe (2019): *DNA. Schriftenreihe „Die Geschichte hinter dem Bild“*. Erfurt: Landeszentrale für politische Bildung Thüringen.
- HÖBFELD, Uwe, SIMUNEK, Michal V. (2015): 150 Jahre Mendels Schrift „Versuche über Pflanzen-Hybriden“. *Biospektrum* 21 (2), S. 238–239.
- HÖBFELD, Uwe, SIMUNEK, Michal V., MIELEWCZIK, Michael (2017): Die „Wiederentdeckung“ der Mendelschen Gesetze im Kontext neuerer Forschungen. *Nova Acta Leopoldina NF* Nr. 413, S. 135–153.
- JOST, Jürgen (2019): *Biologie und Mathematik*. Berlin: Springer Spektrum (Springer eBook Collection).
- HASSE, Helmut (1953): Mathematik als Geisteswissenschaft und Denkmittel der exakten Naturwissenschaften. *Studium generale* 6, S. 392–398.
- KATTMANN, Ulrich (2018): Entfernt die Klassische Genetik aus dem Zentrum des Unterrichts! *MNU Journal* 71 (1), S. 62–66.

- MKM (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik) (Hrsg.) (2012): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18. 10. 2012). Berlin: Carl Link.
- MKM (Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik) (Hrsg.) (2020): *Bildungsstandards im Fach Biologie für die Allgemeine Hochschulreife*. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18. 06. 2020). Berlin: Carl Link.
- LACHMAYER, Simone, PRECHTL, Helmut (2018): Entwicklung und Überprüfung eines Strukturmodells der Diagrammkompetenz für den Biologieunterricht. @Kiel, Univ., Diss., 2008. In: Johannes Meister (Hrsg.): *Mathematisierungen im Biologieunterricht. Funktionales Denken bei der Modellierung biologischer Kontexte*. Wiesbaden: Springer Spektrum (BestMasters). Online verfügbar unter <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:8-diss-30414>
- LOOS, Andreas, ZIEGLER, Günter M. (2015): Gesellschaftliche Bedeutung der Mathematik. In: Regina Bruder, Lisa Hefendehl-Hebeker, Barbara Schmidt-Thieme und Hans-Georg Weigand (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg: Springer, S. 3–17.
- MAYR, Ernst, WARMUTH, Susanne (2005): *Konzepte der Biologie*. Stuttgart: Hirzel.
- MEISTER, Johannes (Hrsg.) (2018): *Mathematisierungen im Biologieunterricht. Funktionales Denken bei der Modellierung biologischer Kontexte*. Wiesbaden: Springer Spektrum (BestMasters).
- MENDEL, Gregor J. (1866): Versuche über Pflanzen-Hybriden. *Verhandlungen des naturforschenden Vereines in Brünn. Band IV* (Abhandlungen 1865), S. 3–47.
- NEUNHÄUSERER, Jörg (Hrsg.) (2021): *Einführung in die Philosophie der Mathematik*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- OECD (2007): Revised Fields of Science and Technology (FOS) Classification in the Frascati Manual. Online unter: www.oecd.org/science/inno/38235147.pdf
- PÓLYA, George (2004): *How to Solve It*. Princeton University Press.
- PORGES, Karl, HOFELD, Uwe, LEVIT, Georgy S. (2017): Genetik in Schulbüchern der Sowjetischen Besatzungszone und DDR. *Biospektrum* 23 (5), S. 603–604.
- PORGES, Karl, HOFELD, Uwe, MIELEWCZIK, Michael, SIMUNEK, Michal V. (2016): Zur Fachdisziplin Genetik und Gregor Johann Mendel in den Lehr- und Lernmaterialien der SBZ/DDR. *Folia Mendeliana* 52 (1), S. 45–66.
- PORGES, Karl, LEVIT, Georgy S., HOFELD, Uwe (2021): Saaterbse, Wunderblume, Rinderrasse: Zur Visualisierung der Mendelschen Regeln im Biologieunterricht des SBZ/DDR. *Folia Mendeliana* 75 (1–2), S. 51–76.
- SIMUNEK, Michal V., HOFELD, Uwe, SEKERÁK, Jiří (2018): Das Mendelianum Ort der Dokumentation der Genetik-Geschichte. *Biospektrum* 24 (6), S. 656.
- SCHNACK, Jochen (2011): Fächerverbindendes Lernen. Von den Grenzen der Fächer und der Lust, sie zu überschreiten. *Pädagogik* 7–8.
- TMBJS (Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport) (Hrsg.) (2012): *Thüringer Lehrpläne. Lehrpläne für das Gymnasium. Biologie*. Erfurt: TMBJS.
- TMBJS (Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport) (Hrsg.) (2018): *Thüringer Lehrpläne. Lehrpläne für das Gymnasium. Mathematik*. Erfurt: TMBJS.
- WATSON, James D., CRICK, Francis H. C. (1953): Molecular Structure of Nucleic Acids: A Structure for Deoxyribose Nucleic Acid. *Nature* 171, S. 737–738.
- WEBER, Ulrich (Hrsg.) (2015): *Biologie Oberstufe*. Gesamtband S II. 3. neubearbeitete Auflage, [Allgemeine Ausgabe]. Berlin: Cornelsen.
- WINTER, Heinrich (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* Nr. 61, S. 37–46.
- WITTMANN, Erich Ch. (2002): *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. 6., neu bearb. Aufl., Nachdr. Braunschweig: Vieweg (Didaktik der Mathematik).